インプライド資本コストと期待リターン

Implied Cost of Capital and Conditional Expected Return

黄　　偉　欽
Weiqin Huang

要　旨

Claus and Thomas（2001）は，インプライド資本コスト（Implied Cost of Capital, ICC）モデルを使って，1985 年から 1998 年の先進諸国の株式リスクプレミアムを計測した。その結果，株式リスクプレミアムは平均 3%であった。しかし，同じ時期の現実のリスクプレミアムは 6%から 8%で，インプライド資本コストによる計測値 3%をはるかに上回っている。このことは，インプライド資本コストが株式の期待リターンの指標として適切ではないことを意味している。

Hughes, Liu and Liu（2009）は，ゴードンタイプの株価決定モデルをベースに，時変的（time dependent）な CAPM β 値と，システマティックリスクを通じたフリーキャッシュフロー（Free Cash Flow, *FCF*）と β 値の相関を考慮して，新たな期待リターンのモデルを構築した。彼らのモデルは，インプライド資本コストよりも，株式のリスクプレミアムの説明力を高めることを目的としたモデルである。

しかし，Hughes, Liu and Liu（2009）のモデルは次の 2 点で問題を含んでいる。彼らは定量的な分析を行っていないが，もっともらしいパラメータの値のもとで，彼らのモデルに基づく株式リスクプレミアムは，現実の株式リスクプレミアムを部分的にしか説明できない。したがって，現実のリスクプレミアムの説明には，さらに別の説明が必要となる。また，彼らのモデルでは，システマティックリスクの *FCF* と β 値への影響が独立になっており，企業業績を表すフリーキャッシュフローがシステマティックリスクの影響を受けない場合においても，β 値がゼロにならないという CAPM 理論と整合的でないモデルになっている。

本稿は，2 つの目的を持っている。1 つは，上記の Hughes, Liu and Liu（2009）モデルの問題点を明らかにすることである。もう 1 つは，Hughes, Liu and Liu（2009）モデルの問題点を修正した期待リターンモデルを構築することである。本稿のモデルによって，インプライド資本コストモデル，Hughes, Liu and Liu（2009）のモデルと比較して，はるかに現実の株式リスクプレミアムの説明力を高めることができる。

キーワード：インプライド資本コスト，期待リターン，システマティックリスク，CAPM, 時変的ベータ値

1　序

Mehra and Prescott（1985）は，1889 年から 1978 年の 90 年間のアメリカのデータを使って，現実の株式のリスクプレミアムが，摩擦のない新古典派一般均衡モデルで実証できないほどに高い水準にあることを実証した。Claus and Thomas（2001）は，インプライド資本コスト

(Implied Cost of Capital, ICC) モデルを使って，1985 年から 1998 年の先進諸国の株式リスクプレミアムを計測した。その結果，株式リスクプレミアムは平均 3%であった。しかし，同じ時期の現実のリスクプレミアムは 6%から 8%で，インプライド資本コストによる計測値 3%をはるかに上回っている。

経済学の一般均衡モデルやインプライド資本コストモデルのようなファイナンスの理論モデルによって現実の株式リスクプレミアムを説明できない現象は，今日，株式のリスクプレミアムパズルと呼ばれている。リスクプレミアムパズルの実証研究は，ファイナンスの一分野として成り立つほどの多くの研究が存在する[(1)]。

インプライド資本コストモデルが現実の株式リスクプレミアムを説明できない問題は，ファイナンス分野のみならず財務会計の分野にも影響を与える。インプライド資本コストは，マーケットから直接計算される投資家の要求利益率として，企業の EVA（Economic Value Added）の計算に使われるので，実務の観点からもインプライド資本コストの期待リターンの過小推定は大きな問題である。

Hughes, Liu and Liu（2009）はインプライド資本コストの過小推定の問題にチャレンジし，現実のリターンの説明力を高めるための期待リターンモデルを提示した。彼らのモデルは，フリーキャッシュフローの割引率となる CAPM のリターンの β 値が毎期変化する時変的（time dependent）β 値モデルである。さらに，彼らのモデルは，企業業績の代理変数であるフリーキャッシュフローもシステマティックリスクの影響を受けると想定して，分子のフリーキャッシュフローと割引率である分母の CAPM リターンの相関を考慮に入れたモデルである。

彼らのモデルの貢献は，株価決定モデルにおける分子のフリーキャッシュフローと分母の割引率の相関を想定することにより，株式の期待リターンがそうでない場合よりも高くなる可能性のあることを示そうとした点にある。

しかし，Hughes, Liu and Liu（2009）は理論モデルの提示に終わっており，実証分析を行っていない。実際，もっともらしいパラメータの値のもとでは，Hughes, Liu and Liu（2009）のモデルによる株式のリスクプレミアムは，高い現実のリスクプレミアムを部分的にしか説明できず，成功しているとはいいがたい。

さらに，Hughes, Liu and Liu（2009）のモデルは，モデル自体にも問題を含んでいる。フリーキャッシュフローのシステマティックリスクによる影響と CAPM の β 値のシステマティックリスクの影響が独立になっているので，企業業績がマクロの経済変動のリスクの影響を受けない場合も，β 値はゼロにはならない。したがって，企業業績がシステマティックリスクを受けないのに，マーケットでは β 値を通じて株価にシステマティックリスクの影響が反映されるという奇妙な結果を与えるモデルになっている。

本稿は，2 つの目的を持っている。最初に，Hughes, Liu and Liu（2009）のモデルの問題点

（1） Mehra（2007）参照。

を明らかにすることである。次いで，Hughes, Liu and Liu (2009) モデルを修正し，実際の株式プレミアムを説明する期待リターンのモデルを提示することである。

以下では，第2節で Hughes, Liu and Liu (2009) モデルを紹介する。第3節では，Hughes, Liu and Liu (2009) モデルの問題点を明らかにし，第4節では，本稿での拡張モデルを提示する。第5節では，本稿の内容をまとめる。

2　Hughes, Liu and Liu (2009) モデル

Hughes, Liu and Liu (2009) のディスカウント・キャッシュフロー・モデル (DCF モデル) に基づく0期での株価 P_0 の決定は，以下の(1)式の通りである。

$$P_0 = \sum_{t=0}^{\infty} E_0\left[\exp\left(-\sum_{s=0}^{t}\mu_s\right)\tilde{C}_{t+1}\right] \tag{1}$$

ここで，$\tilde{\mu}_s$ は s 期から $s+1$ 期にかけての CAPM リターンで，フリーキャッシュフロー FCF $\tilde{C}_{t+1}$ の割引率として使われる。また，E_0 は0期での条件付き期待値のオペレータである。

Hughes, Liu and Liu (2009) は，Jagannathan and Wang (1996) の定式化に基づき，CAPM リターン $\tilde{\mu}_t$ を次のように定義する。

$$\tilde{\mu}_t = r_f + \lambda\tilde{\beta}_t \tag{2}$$

$$\tilde{\beta}_t = \bar{\beta} + \sigma_\beta\tilde{\varepsilon}_{\beta t} \tag{3}$$

r_f はリスクフリーレート，λ はマーケットリスクプレミアムである。$\tilde{\varepsilon}_{\beta t}$ を平均0，分散1の確率変数と仮定する。したがって，$\tilde{\beta}_t$ は平均 $\bar{\beta}$ (一定値)，分散 σ_β^2 を持つ確率変数となる。$\sigma_\beta\tilde{\varepsilon}_{\beta t}$ は β 値に与えるシステマティックリスクの影響を捉える。現在を0期とすれば，0期の CAPM リターン $\tilde{\mu}_0$ は既値で，$\tilde{\mu}_0 = \mu_0$ である。

次に，Hughes, Liu and Liu (2009) は，フリーキャッシュフロー FCF を以下のように定義する。

$$\tilde{C}_{t+1} = C_t\exp\left(g + \tilde{u}_{t+1}\right) \tag{4}$$

$$\tilde{u}_{t+1} = \sigma_C\left(\rho\tilde{\varepsilon}_{\beta t+1} + \sqrt{1-\mu^2}\,\tilde{\varepsilon}_{\alpha t+1}\right) \tag{5}$$

g は $\tilde{C}_{t+1}$ の一定の期待成長率，σ_C はトータルリスクで，$\tilde{\varepsilon}_{\beta t+1}$ はシステマティックリスクに関わる攪乱項，$\tilde{\varepsilon}_{\alpha t+1}$ はアンシスティマチックリスクに関わる攪乱項である。ρ はトータル・リスクの攪乱項 $\tilde{u}_{t+1}$ とシステマティックリスクに関わる攪乱項 $\tilde{\varepsilon}_{\beta t+1}$ の相関係数である。

(2)式，(3)式，(4)式，(5)式の関係を(1)式に代入して整理すれば，株価は以下のように求めることができる。

$$P_0 = \frac{\exp(g+\sigma_C^2/2)C_0}{\exp(\mu_0)(1-\exp(-(r_t+\lambda\bar{\beta}-g-(\rho\sigma_C-\lambda\sigma_\beta)^2/2-(1-\rho^2)\sigma_C^2/2))} \tag{6}$$

この場合の横断性条件は，次の通りである。

$$r_f+\lambda\bar{\beta}-g-(\sigma_C\rho-\lambda\sigma_\beta)^2/2-(1-\rho^2)\sigma_C^2/2>0 \quad (7)$$

他方，インプライド資本コストの場合は，$\sigma_\beta=0$ で期待リターンは一定，すなわち，

$$\mu_s=\pi_0(\text{all} s>0),\ \pi_0=r_f+\lambda\bar{\beta} \quad (8)$$

この場合の株価は以下のように簡単になる。

$$P_0=\frac{\exp(g+\sigma_C^2/2)C_0}{\exp(\pi_0)(1-\exp(-(r_f+\lambda\bar{\beta}-g-\sigma_C^2/2))} \quad (9)$$

インプライド資本コストの横断性条件は，次の通りである。

$$r_f+\lambda\bar{\beta}-g-\sigma_C^2/2>0 \quad (10)$$

(6)式，(9)式から，現在の株価 P_0 が与えられると，期待リターン μ_0，インプライド資本コスト π_0 が決定される。

3 Hughes, Liu and Liu (2009) モデルの問題

Hughes, Liu and Liu (2009) は，

① (2)式，(3)式の期待リターン $\tilde{\mu}_t$ 及び $\tilde{\beta}_t$ の時変性

② システマティックリスク $\varepsilon_{\beta t}$ を通じた FCF $\tilde{C}_{t+1}$ と期待リターン $\tilde{\mu}_t$ の相関

を考慮に入れ，現実のリターンの説明力を高めようとした。しかし，彼らのモデルは，問題点と確認すべき点が残されている。

問題点は彼らのモデル自体にある。彼らのモデルでは，FCF がシステマティックリスクの影響を受けない ($\rho=0$) 状況においても β 値はゼロではなく，システマティックリスクが株価に影響を与える。

確認するべき点は定量的な問題である。彼らのモデルにより，実際にどれ程度現実のリターンの説明力を高めることができたのかである。以下，これら2点について詳しくみておこう。

3-1 モデル自体の問題点

(4)式，(5)式からわかるように，パラメータ ρ は FCF へのシステマティックリスク $\tilde{\varepsilon}_{\beta t}$ の影響度を測るものである。ρ が小さくなることは，FCF へのシステマティックリスクの影響度が小さくなることを意味する。CAPM の理論に従えば，FCF に代表される企業業績へのシステマティックリスクの影響度が小さくなれば，期待リターンのリスクプレミアムは小さくなる。と

ころが，モデルでは，ρ が小さくなり *FCF* のシステマティックリスクの影響度が小さくなっても，期待リターンのリスクプレミアムの平均及び分散は一定のままである。すなわち，

$$E(\tilde{\mu}_t)+r_f=\lambda\bar{\beta},\ \mathrm{var}(\tilde{\mu}_t)=\sigma_\beta^2$$

同じく（6）式より，

$$\frac{dP_0}{d\rho}=P_0\frac{\sigma_C\sigma_\beta\lambda\exp(-(r_f+\lambda\bar{\beta}-g-(\rho\sigma_C-\lambda\sigma_\beta)^2/2-(1-\rho^2)\sigma_C^2/2))}{(1-\exp(-(r_f+\lambda\bar{\beta}-g-(\rho\sigma_C-\lambda\sigma_\beta)^2/2-(1-\rho^2)\sigma_C^2/2))}>0 \qquad (11)$$

となり，*FCF* へのシステマティックリスクの影響度が増せば株価が上昇するという結果を導く。

以上のような CAPM 理論に矛盾する結果が導かれるのは，期待リターン $\tilde{\mu}_t$ のリスクプレミアムの期待値 $\bar{\beta}$ と分散 σ_β^2 が *FCF* へのシステマティックリスクの影響度 ρ と独立であるからである。Hughes, Liu and Liu（2009）のこの点の修正が必要である。

3-2　モデルの説明力

Hughes, Liu and Liu（2009）が想定しているように，$\sigma_C=0.15$, $g=0.05$, $\rho=-0.1$ とする。また，リスクフリーレート $r_f=0.03$, マーケットリスクプレミアム $\lambda=0.08$, $\bar{\beta}$ の平均を $\bar{\beta}=1$, 標準偏差 $\sigma_\beta=0.1$, 株価 *FCF* 比率 $C_0/P_0=0.0475$ とする。これらのパラメータの数値の設定は，現実的にもっともらしい数値である。これらの数値の設定のもとで，インプライド資本コストモデルによる株式リスクプレミアムがほぼ 3%となる。すなわち，

$$\pi_0-r_f=0.05955-0.03=0.02955$$

一方，Hughes, Liu and Liu（2009）のモデルの期待リターン $\mu_0=0.076688$ なので，株式リスクプレミアムは，

$$\mu_0-r_f=0.076688-0.03=0.46688$$

Hughes, Liu and Liu（2009）のモデルは確かにインプライド資本コストと比べて期待リターンを上げることができるが，現実の株式のリスクプレミアム 6%～8%と比べると，彼らのモデルの現実説明力は部分的である。この点は，Hughes, Liu and Liu（2009）も指摘しているところである。

4　拡張モデル

第 2 節の（3）式と（5）式からわかるように，Hughes, Liu and Liu（2009）モデルは，β 値と *FCF* 双方がシステマティックリスク $\varepsilon_{\beta t}$ の影響を受けるが，その影響の度合い（ρ と σ_β）はそれぞれ独立である。*FCF* へのシステマティックリスクの影響 ρ が大きかろうが小さかろうが，β

値に与えるシステマティックリスクの影響は一定σ_βのモデルになっている。

本稿のモデルは，この点を以下のように修正する。

$$\tilde{C}_{t+1} = \tilde{C}_t \exp\left(g + \sigma_C \tilde{\varepsilon}_{Ct+1} + \kappa \bar{\beta} \varepsilon_{\beta t+1}\right) \tag{12}$$

$$\tilde{\beta}_t = \bar{\beta} + \bar{\beta}\gamma\tilde{\varepsilon}_{\beta t} \tag{13}$$

$\tilde{\varepsilon}_{Ct}$はアンシステマティックリスク，$\tilde{\varepsilon}_{\beta t}$はシステマティックリスク，$\kappa$, γは調整パラメータである。$\tilde{\beta}_t$の期待値$\bar{\beta}$がゼロであればシステマティックリスク$\tilde{\varepsilon}_{\beta t}$の$\beta$値に与える影響はゼロである。また，$FCF$ $\tilde{C}_{t+1}$に与える影響もゼロとなる。$\bar{\beta}$が大きくなれば，システマティックリスクのβ値への影響は大きくなり，FCFへの影響も大きくなる。β値とFCFの条件付共分散$\mathrm{cov}_t(\ln(\tilde{C}_{t+1}), \tilde{\beta}_t)$は(14)式の通りである。

$$\mathrm{cov}_t\left(\ln\left(\tilde{C}_{t+1}\right), \tilde{\beta}_t\right) = \kappa\gamma\bar{\beta}^2 \tag{14}$$

$\tilde{\beta}_t$の期待値$\bar{\beta}$がβ値とFCFの相関を決定づける。このような定式化のもとで，システマティックリスク$\tilde{\varepsilon}_{\beta t}$の$FCF$に与える影響と$\beta$値に与える影響を矛盾なく説明することができる。

以上の前提のもとで，株価を求める。(1)式の株価決定式を再述すると，

$$P_0 = E_0\left[\sum_{t=0}^{\infty} \exp\left(-\sum_{s=0}^{t} \tilde{\mu}_s\right)\tilde{C}_{t+1}\right]$$

したがって，

$$E_0\left[\exp\left(-\sum_{s=0}^{t}\tilde{\mu}_s\right)\tilde{C}_{t+1}\right] = \exp\left(-\mu_0 + g + \frac{\sigma_C^2 + (\kappa\beta)^2}{2}\right)E_0\left[\exp\left(-\sum_{s=1}^{t}\tilde{\mu}_s\right)\tilde{C}_t\right]$$

(12)式，(13)式から，

$$-\sum_{s=1}^{t}\tilde{\mu}_s = -\sum_{s=1}^{t}\left\{r_f + \lambda\left(\bar{\beta} + \gamma\bar{\beta}\tilde{\varepsilon}_{\beta s}\right)\right\} = -t\left(r_f + \lambda\bar{\beta}\right) - \lambda\gamma\bar{\beta}\sum_{s=1}^{t}\tilde{\varepsilon}_{\beta s}$$

$$\tilde{C}_t = \tilde{C}_{t-1}\exp\left(g + \sigma_C\tilde{\varepsilon}_{Ct} + \kappa\bar{\beta}\tilde{\varepsilon}_{\beta t}\right) = C_0\exp\left(tg + \sigma_C\sum_{s=1}^{t}\tilde{\varepsilon}_{Cs} + \kappa\bar{\beta}\sum_{s=1}^{t}\tilde{\varepsilon}_{\beta s}\right)$$

これらの結果をもとに，

$$\begin{aligned} E_0\left[\exp\left(-\sum_{s=1}^{t}\tilde{\mu}_s\right)\tilde{C}_t\right] &= C_0 E_0\left[\exp\left\{-t\left(r_f + \lambda\bar{\beta} - g\right) + \sigma_C\sum_{s=1}^{t}\tilde{\varepsilon}_{Cs} + (\kappa + \lambda\gamma)\bar{\beta}\sum_{s=1}^{t}\tilde{\varepsilon}_{\beta s}\right\}\right] \\ &= C_0\exp\left[-t\left\{r_f + \lambda\bar{\beta} - g - \frac{\sigma_C^2 + (\kappa - \lambda\gamma)^2\bar{\beta}^2}{2}\right\}\right] \end{aligned}$$

$r_f + \lambda\bar{\beta} - g - \dfrac{\sigma_C^2 + (\kappa - \gamma)^2\bar{\beta}^2}{2} > 1$（横断性条件）を仮定すると，株価は以下の(15)式の通りである。

$$P_0 = \frac{\exp\left(g + \frac{\sigma_C^2 + (\kappa\bar{\beta})^2}{2}\right)}{\exp(\mu_0)\left(1 - \exp\left(-\left\{r_f + \lambda\bar{\beta} - g - \frac{\sigma_C^2 + (\kappa - \lambda\gamma)^2\bar{\beta}^2}{2}\right)\right.\right.} \tag{15}$$

インプライド資本コストの場合は，$\kappa = \gamma = 0$ なので，

$$P_0 = \frac{\exp\left(g+\frac{\sigma_C^2}{2}\right)}{\exp(\pi_0{}^*)\left(1-\exp\left(-\left\{r_f+\lambda\bar{\beta}-g-\frac{\sigma_C^2}{2}\right)\right.\right.} \tag{16}$$

明らかに，

$$\mu_0{}^* > \pi_0{}^* \tag{17}$$

となる。

このモデルでは，*FCF* がシステマティックリスクの影響を受けない場合を $\bar{\beta} = 0$ として捉えれば，β 値はゼロとなる。したがって，Hughes, Liu and Liu（2009）モデルの問題点を克服している。

また，$\sigma_C = 0.15$, $g = 0.05$, リスクフリーレート $r_f = 0.03$, マーケットリスクプレミアム $\lambda = 0.08$, $\kappa = 0.15$, $\gamma = 0.1$, $\tilde{\beta}$ の平均を $\bar{\beta} = 1$, 標準偏差 $\sigma_\beta = 0.1$, 株価 *FCF* 比率 $C_0/P_0 = 0.05$ とすれば，

$$\pi_0{}^* - r_f = 0.05955 - 0.03 = 0.02955$$

なのに対して，拡張モデルに基づくリスクプレミアムは，

$$\mu_0{}^* - r_f = 0.096156 - 0.03 = 0.066156$$

となり，ほぼ現実の株式のリスクプレミアムを説明するのに成功している。

5　結　　語

インプライド資本コストは，現実の高い株式リスクプレミアムを説明できない。このことは，財務会計において EVA を求める際にインプライド資本コストを使用することの問題点となっている。

Hughes, Liu, Liu*（2009）はこの問題に挑戦し，β 値を time dependent な確率変数とし，システマティックリスクを通じてフリーキャッシュフローと β 値が相関するモデルを構築した。

Hughes, Liu, Liu*（2009）のモデルは，実際の株価から期待リターンを求める上で，インプライド資本コストモデルより前進と言えるが，問題点もある。1 つは，モデル自体の問題で，フリーキャッシュフローがシステマティックリスクにどの程度影響を受けるかどうかが β 値の評価に関係してこないという問題点である。もう 1 つは，彼らのモデルでは定量的に現実の株式リスクプレミアムを説明する上で，インプライド資本コストモデルを部分的にしか改善できないという点である。したがって，現実の株式リスクプレミアムを説明する上で，さらに別のポイントを考慮しなければならない。

本稿では，これらの問題に関して，Hughes, Liu, Liu*（2009）のモデルを改善した拡張モデルを提示した。本稿でのモデルは，Hughes, Liu, Liu*（2009）のモデルの持つ問題点が改善されているだけでなく，現実の株式リスクプレミアムをほぼ説明するモデルになっている。

今後の課題として，現実の個別株式のデータを用いて本稿のモデルがEVAの期待リターンモデルとして使用に耐え得るかのテストを行う必要がある。この実証は，今後の課題としたい。

参考文献

Adrian, T., & Franzoni, F. (2009), "Learning about beta: time-varying factor loadings, expected returns, and the conditional CAPM," *Journal of Empirical Finance*, 16(4), pp. 537–556

Ang, A., & Liu, J. (2004), "How to discount cash flows with time-varying expected returns." *Journal of Finance*, LIX(6), pp. 2745–2783.

Claus, J., and J. Thomas (2001), "Equity premia as low as three percent? Evidence from analysts' earnings forecasts for domestic and international stock markets," *Journal of Finance* 56, pp. 1629–1666.

Campbell, J. (1991), "A variance decomposition for stock return," *The Economic Journal*, 101, pp. 157–179.

Easton, P., & Monahan, S. (2005), "An evaluation of accounting-based measures of expected returns," *The Accounting Review*, 80, pp. 501–538.

Fama, E., & French, K. (1997), "Industry costs of equity," *Journal of Financial Economics*, 43, pp. 153–193.

Gebhardt, W., Lee, C., & Swaminathan, B. (2001), "Toward an implied cost of capital," *Journal of Accounting Research*, 39, pp. 135–176.

Hughes.J, J. Liu and J. Lie (2009), "On the relation between expected returns and implied cost of capital," *Review of Accounting Studies*, 14, pp. 246–259.

Jagannathan, R., & Wang, Z. (1996), "The conditional CAPM and the cross-section of expected returns," *Journal of Finance*, 51, pp. 3–53.

Mehra, R. (2007) *Equity Premium Puzzle: A Review*, Now Publisheres.

Mehra, R., amd E. C. Prescott (1985), "The Equity Premium: A Puzzle," *Journal of Monetary Economics* 15(2), pp. 145–161

Vasicek, O. (1977), "An equilibrium characterization of the term structure," *Journal of Financial Economics*, 5, pp. 177–188.

Vuolteenaho, T. (2002), "What drives firm-level stock returns?" *Journal of Finance*, 57, pp. 233–264.